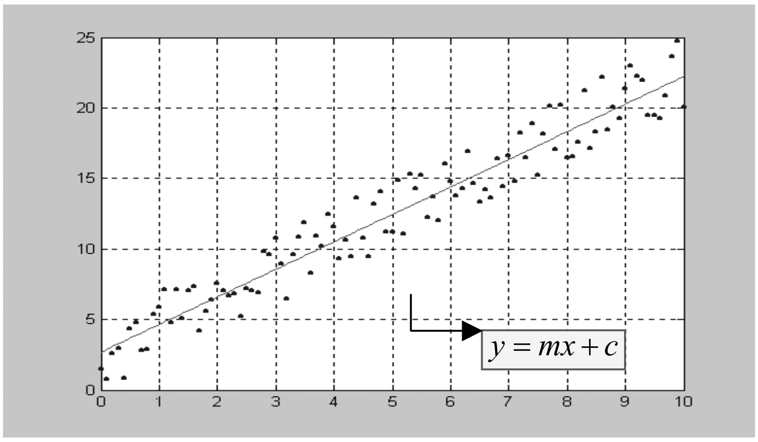
BAB 9
Regresi Linier, Regresi Eksponensial dan Regresi Polinomial

Regresi adalah sebuah teknik untuk memperoleh persamaan kurva pendekatan dari titik-titik data

Regresi Linier

Regresi linier digunakan menentukan fungsi linier (garis lurus) yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n, y_n) yang diketahui.



Gambar 23.1. Sebaran data dengan kurva linier

Dalam regresi linier ini yang dicari adalah nilai m dan c dari fungsi linier $y{=}mx{+}c$, dengan:

$$m = \frac{N\sum_{n=1}^{N} x_n y_n - \left(\sum_{n=1}^{N} x_n\right)\left(\sum_{n=1}^{N} y_n\right)}{N\sum_{n=1}^{N} x_n^2 - \left(\sum_{n=1}^{N} x_n\right)^2}$$

$$c = \frac{\sum_{n=1}^{N} y_n}{N} - m\frac{\sum_{n=1}^{N} x_n}{N} = \overline{y} - m\overline{x}$$

Algoritma Regresi Linier

(1) Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i,y_i) untuk i=1,2,3,…,N
(2) Hitung nilai m dan c dengan menggunakan formulasi dari regresi linier di atas
(3) Tampilkan fungsi linier
(4) Hitung fungsi linier tersebut dalam range x dan step dx tertentu
(5) Tampilkan hasil tabel (x_n,y_n) dari hasil fungsi linier tersebut.

Regresi Eksponensial

Regresi eksponensial digunakan menentukan fungsi eksponensial yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n,y_n) yang diketahui. Regresi eksponensial ini merupakan pengembangan dari regresi linier dengan memanfaatkan fungsi logaritma.

Perhatikan :

$$y = e^{-ax+b}$$

dengan melogaritmakan persamaan di atas akan diperoleh:

$$\ln y = \ln\left(e^{ax+b}\right)$$

$$\ln y = ax + b$$

atau dapat dituliskan bahwa:

$z = ax + b$ dimana $z = \ln y$

Dengan demikian dapat digunakan regresi linier dalam menentukan fungsi eksponensial yang paling sesuai dengan data.

Algoritma Regresi Eksponensial

(1) Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i,y_i) untuk i=1,2,3,…,N
(2) Ubah nilai y menjadi z dengan z = ln y
(3) Hitung nilai a dan b dengan menggunakan formulasi dari regresi linier di atas
(4) Tampilkan fungsi eksponensial $y = e^{-ax+b}$
(5) Hitung fungsi eksponensial tersebut dalam range x dan step dx tertentu
(6) Tampilkan hasil tabel (x_n,y_n) dari hasil fungsi eksponensial tersebut.

Regresi Polinomial

Regresi polinomial digunakan menentukan fungsi polynomial yang paling sesuai dengan kumpulan titik data (x_n,y_n) yang diketahui.

Fungsi pendekatan :

$$y = a_0 + a_1 x + a_1 x^2 + ... + a_n x^n$$

Regresi polinomial tingkat n dikembangkan dari model matrik normal sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^n & \sum_{i=1}^{n} x_i^{n+1} & \sum_{i=1}^{n} x_i^{n+2} & ... & \sum_{i=1}^{n} x_i^{2n} \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^{n-1} & \sum_{i=1}^{n} x_i^{n} & \sum_{i=1}^{n} x_i^{n+1} & ... & \sum_{i=1}^{n} x_i^{2n-1} \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^{n-2} & \sum_{i=1}^{n} x_i^{n-1} & \sum_{i=1}^{n} x_i^{n} & ... & \sum_{i=1}^{n} x_i^{2n-2} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ n & \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & ... & \sum_{i=1}^{n} x_i^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_n \\ a_{n-1} \\ a_{n-2} \\ ... \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^n y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^{n-1} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^{n-2} y_i \\ ... \\ \sum_{i=1}^{n} y_i \end{bmatrix}$$

Hasil dari model matrik normal di atas adalah nilai-nilai a_0, a_1, a_2, ..., a_n.

Algoritma Regresi Polinomial

(1) Tentukan N titik data yang diketahui dalam (x_i,y_i) untuk i=1,2,3,…,N

(2) Hitung nilai-nilai yang berhubungan dengan jumlahan data untuk mengisi matrik normal

(3) Hitung nilai koefisien-koefisien a_0, a_1, a_2, ..., a_n dengan menggunakan eliminasi gauss/jordan

(4) Tampilkan fungsi polinomial $y = a_0 + a_1 x + a_1 x^2 + ... + a_n x^n$

(5) Hitung fungsi polinomial tersebut dalam range x dan step dx tertentu

(6) Tampilkan hasil tabel (x_n,y_n) dari hasil fungsi polinomial tersebut.