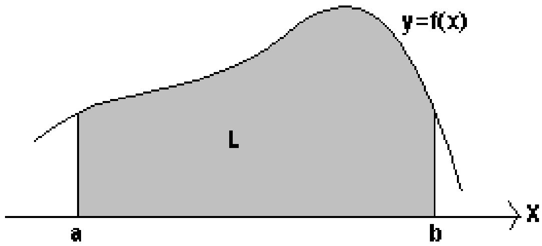
BAB 6
INTEGRASI NUMERIK

6.1. Permasalahan Integrasi

Perhitungan integral adalah perhitungan dasar yang digunakan dalam kalkulus, dalam banyak keperluan. Integral ini secara definitif digunakan untuk menghitung luas daerah yang dibatasi oleh fungsi y = f(x) dan sumbu x. Perhatikan gambar berikut :



Luas daerah yang diarsir L dapat dihitung dengan :

$$L = \int_a^b f(x)dx$$

Pada beberapa permasalahan perhitungan integral ini, dapat dihitung secara manual dengan mudah, sebagai contoh :

$$\int_0^1 \left(x^2 + e^x\right)dx$$

Secara manual dapat dihitung dengan :

$$\int_0^1 \left(x^2 + e^x\right)dx = \frac{1}{3}x^3 \,|_0^1 + e^x \,|_0^1$$

$$= \frac{1}{3}(1-0) + (e-1)$$

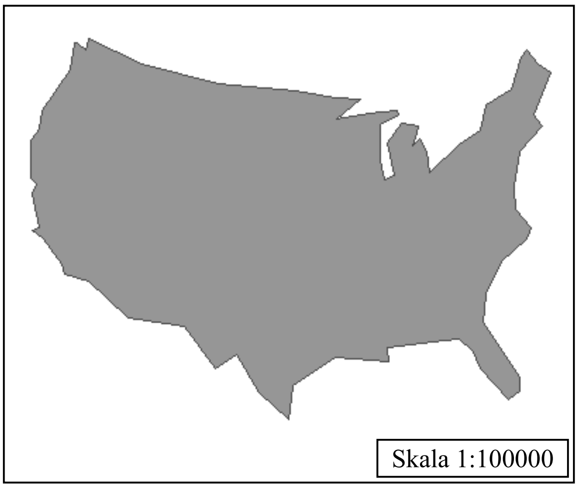
$$= \frac{1}{3} + e - 1 = e - \frac{2}{3}$$

Tetapi pada banyak permasalahan, integral sulit sekali dihitung bahkan dapat dikatakan tidak dapat dihitung secara manual, sebagai contoh :

$$\int_1^2 \frac{\sin x}{\sqrt{x}}dx$$

Dalam hal ini, metode numerik dapat digunakan sebagai alternatif untuk menyelesaikan integral di atas.

Pada penerapannya, perhitungan integral ini digunakan untuk menghitung luas area pada peta, volume permukaan tanah, menghitung luas dan volume-volume benda putar dimana fungsi f(x) tidak ditulis, hanya digunakan gambar untuk menyajikan nilai f(x). Sebagai contoh, diketahui photo daerah sebagai berikut :



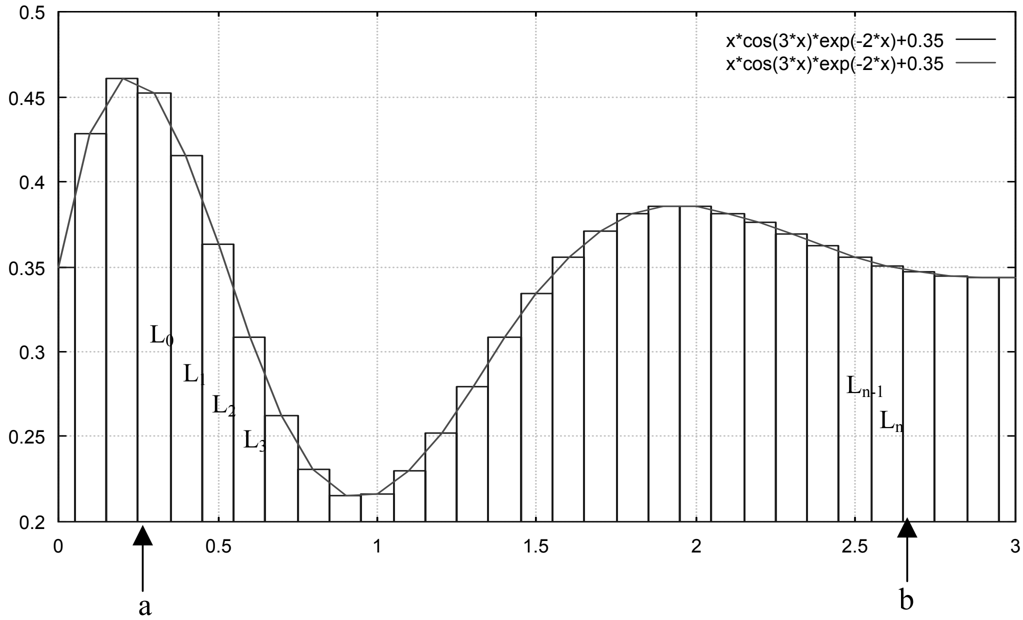
Untuk menghitung luas daerah yang diarsir L, perlu digunakan analisa numerik.Karena polanya disajikan dalam gambar dengan faktor skala tertentu.

6.2. Metode Integral Reimann

Metode integral Reimann ini merupakan metode integral yang digunakan dalam kalkulus, dan didefinisikan dengan :

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\Delta x$$

Pada metode ini, luasan yang dibatasi oleh y = f(x) dan sumbu x dibagi menjadi N bagian pada range x = $[a,b]$ yang akan dihitung.Kemudian dihitung tinggi dari setiap 3 tep ke-I yaitu $f(x_i)$.L_i adalah luas setiap persegi panjang dimana L_i=$f(x_i)$. Δx_i



Luas keseluruhan adalah jumlah L_i dan dituliskan :

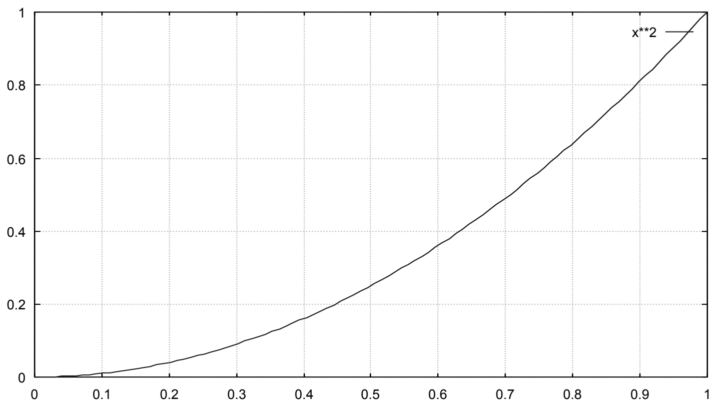
$$L = L_0 + L_1 + L_2 + .. + L_n$$
$$= f(x_0)\Delta x_0 + f(x_1)\Delta x_1 + f(x_2)\Delta x_2 + ... + f(x_n)\Delta x_3$$
$$= \sum_{i=0}^{n} f(x_i)\Delta x_i$$

Bila diambil $\Delta x_0 = \Delta x_1 = \Delta x_2 = ... = \Delta x_n = L$ maka didapat metode integral reimam sebagai berikut :

$$\int_a^b f(x)dx = h\sum_{i=0}^{n} f(x_i)$$

Contoh:

Hitung luas yang dibatasi y = x^2 dan sumbu x untuk range x = $[0,1]$



L = $\int_0^1 x^2 dx$

Dengan mengambil h=0.1 maka diperoleh tabel :

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
f(x)	0	0.01	0.04	0.09	0.16	0.25	0.36	0.49	0.64	0.81	1

$$L = h.\int_{n=0}^{10} f(x_i)$$
$$= 0.1(0 + 0.01 + 0.04 + 0.09 + 0.16 + 0.25 + 0.36 + 0.49 + 0.64 + 0.81 + 1.00)$$
$$= (0.1)(3,85) = 0,385$$

Secara kalkulus :

$$L = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 \,|_0^1 = 0,3333.....$$

Terdapat kesalahan e = 0,385-0,333

= 0,052

Untuk mengurangi kesalahan dapat dilakukan dengan memperkecil nilai h atau memperbesar jumlah pembagi N.

Algoritma Metode Integral Reimann:

(1) Definisikan fungsi f(x)

(2) Tentukan batas bawah dan batas ata integrasi

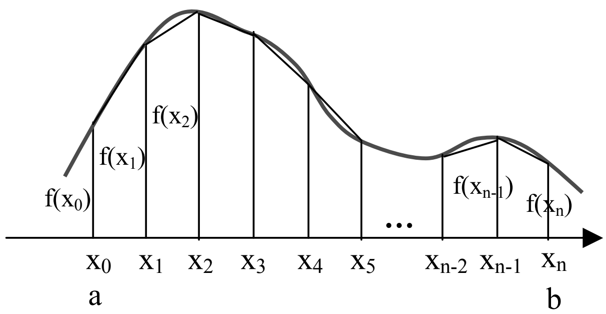
(3) Tentukan jumlah pembagi area N

(4) Hitung h=(b-a)/N

(5) Hitung $L = h.\sum_{i=0}^{N} f(x_i)$

6.3. Metode Integrasi Trapezoida

Pada metode integral Reimann setiap daerah bagian dinyatakan sebagai empat persegi panjang dengan tinggi f(x_i) dan lebar Δx_i.Pada metode trapezoida ini setiap bagian dinyatakan sebagai trapezium seperti gambar berikut :



Luas trapezium ke-i (L_i) adalah :

$$L_i = \frac{1}{2}\left(f(x_i) + f(x_{i+1})\right).\Delta x_i$$

atau

$$L_i = \frac{1}{2}\left(f_i + f_{i+1}\right).\Delta x_i$$

Dan luas keseluruhan dihitung dengan menjumlahkan luas dari semua bagian trapezium.

$$L = \sum_{i=0}^{\eta-1} L_i$$

sehingga diperoleh :

$$L = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{2} h\left(f_i + f_{i+1}\right) = \frac{h}{2}\left(f_0 + 2f_1 + 2f_2 + ... + 2f_{n-1} + f_n\right)$$

Contoh:

Hitung $\int_0^1 2x^3 dx$ dengan step h=0.1

Dengan menggunakan tabel diperoleh:

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
f(x)	0	0,002	0,016	0,054	0,128	0,25	0,432	0,686	1,024	1,458	2

Dengan menggunakan tabel ini, dapat dihitung :

$$L = \frac{0,1}{2}\{0 + 2(0,002 + 0,016 + 0,054 + 0,128 + ... + 1,024 + 1,458) + 2\} = 0,505$$

Dengan menggunakan perhitungan kalkulus:

$$L = \int_0^1 2x^3 dx = \left[\frac{1}{2}x^4\right]_0^1 = 0,5$$

Dengan h=0,1 terjadi kesalahan 0,005

Contoh:

Hitung $\int_1^2 \frac{e^{-x}}{2+\sin(x)}dx$ dengan step h=0.1

Dengan menggunakan tabel diperoleh:

x	0,000	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
f(x)	0,500	0,431	0,372	0,323	0,281	0,245	0,214	0,188	0,165	0,146	0,129

Dari tabel di atas dapat dihitung :

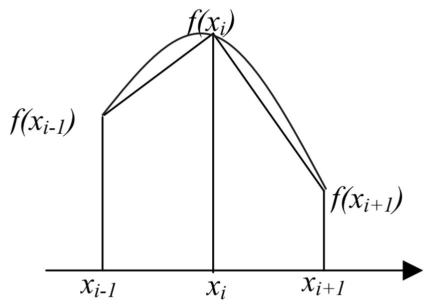
$$L = \frac{0.1}{2}\left(0.,5 + (2)(0,431) + (2)(0,372) + (2)(0,323) + ... + (2)(0,146) + 0,129\right) = 0,2679$$

Algoritma Metode Integrasi Trapezoida adalah:

(1) Definisikan y=f(x)
(2) Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)
(3) Tentukan jumlah pembagi n
(4) Hitung h=(b-a)/n
(5) Hitung $L = \frac{h}{2}\left(f_0 + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n\right)$

6.4. Metode Integrasi Simpson

Metode integrasi Simpson merupakan pengembangan metode integrasi trapezoida, hanya saja daerah pembaginya bukan berupa trapesium tetapi berupa dua buah trapesium dengan menggunakan pembobot berat di titik tengahnya seperti telihat pada gambar berikut ini. Atau dengan kata lain metode ini adalah metode rata-rata dengan pembobot kuadrat.



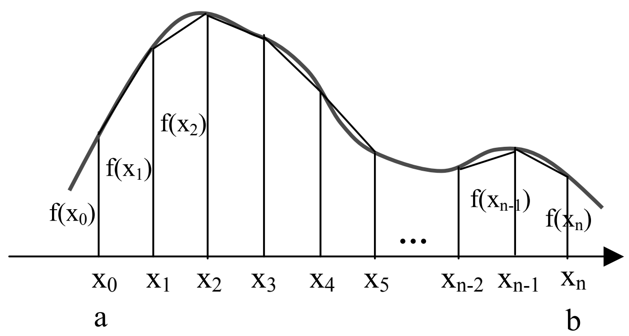
Bila menggunakan trapesium luas bangun di atas adalah :

$$L = \frac{h}{2}\left(f_{i-1} + f_i\right) + \frac{h}{2}\left(f_i + f_{i+1}\right) = \frac{h}{2}\left(f_{i-1} + 2f_i + f_{i+1}\right)$$

Pemakaian aturan simpson dimana bobot f_i sebagai titik tengah dikalikan dengan 2 untuk menghitung luas bangun diatas dapat dituliskan dengan:

$$L = \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 2f_i\right) + \frac{h}{3}\left(2f_i + f_{i+1}\right) = \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}\right)$$

Perhatikan gambar berikut:



Dengan menggunakan aturan simpson, luas dari daerah yang dibatasi fungsi y=f(x) dan sumbu X dapat dihitung sebagai berikut:

$$L = \frac{h}{3}\left(f_0 + 2f_1\right) + \frac{h}{3}\left(2f_1 + f_2\right) + \frac{h}{3}\left(f_2 + 2f_3\right) + \frac{h}{3}\left(2f_3 + f_4\right) + \dots + \frac{h}{3}\left(f_{n-2} + 2f_{n-1}\right) + \frac{h}{3}\left(2f_{n-1} + f_n\right)$$

atau dapat dituliskan dengan:

$$L = \frac{h}{3}\left(f_0 + 4\sum_{i\ ganjil} f_i + 2\sum_{i\ genap} f_i + f_n\right)$$

Contoh :

Hitung $\int_0^1 2x^3 dx$ dengan h=0.1

Dengan menggunakan tabel diperoleh :

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
f(x)	0	0,002	0,016	0,054	0,128	0,25	0,432	0,686	1,024	1,458	2

Dan aturan simpson dapat dituliskan dengan :

$$L = \frac{0,1}{3}\left(0 + (4)(0,002) + (2)(0,016) + (4)(0,054) + (2)(0,128) + \dots + (2)(1,024) + (4)(1,458) + 2\right)$$

$$= \frac{0,1}{3}\left(15\right) = 0,5$$

Dibandingkan dengan hasil perhitungan kalkulus, maka kesalahannya sangat kecil.

<u>*Catatan:*</u>

- *Metode ini akan mendapatkan hasil yang baik bila diambil n genap.*
- *Metode ini sangat terkenal karena kesalahannya sangat kecil, sehingga menjadi alternatif yang baik dalam perhitungan integral dan penerapannya khususnya di bidang teknik.*

Algoritma Metode Integrasi Simpson adalah:

(1) Definisikan y=f(x)
(2) Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)
(3) Tentukan jumlah pembagi n
(4) Hitung h=(b-a)/n
(5) Hitung $L = \frac{h}{2}\left(f_0 + 4 \sum_{i\ ganjil} f_i + 2 \sum_{i\ genap} f_i + f_n \right)$

6.5. Metode Integrasi Gauss

Metode integrasi Gauss merupakan metode yang tidak menggunakan pembagian area yang banyak, tetapi memanfaatkan titik berat dan pembobot integrasi. Metode ini secara komputasi memiliki banyak keuntungan karena mempunyai kecepatan yang tinggi hal ini ditunjukkan dengan jumlah pembaginya yang kecil dan dengan jumlah pembagi yang relatif kecil mempunyai kesalahan yang sama dengan metode lain dengan jumlah pembagi yang besar. Metode integrasi Gauss dapat dijelaskan sebagai berikut:

Untuk luas daerah ke i, mempunyai luas:

$$L_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x)dx$$

Pertama yang harus dilakukan adalah mengubah range $x=[x_{i-1},x_i]=[a,b]$ pada integrasi di atas menjadi $u=[-1,1]$ dengan menggunakan:

$$u = \frac{2x-(b+a)}{b-a} \quad \text{atau} \quad x = \frac{1}{2}(b-a)u + \frac{1}{2}(b+a)$$

sehingga bentuk integral dapat dituliskan menjadi:

$$L_i = \int_{-1}^{1} g(u)du$$

dimana: $g(u) = \frac{1}{2}(b-a) f\left(\tfrac{1}{2}(b-a)u + \tfrac{1}{2}(b+a)\right)$

Dari bentuk ini, dapat diambil sejumlah titik pendekatan yang digunakan sebagai titik acuan dalam integrasi kuadratur gauss sebagai berikut:

$$\int_{-1}^{1} g(u)du = \sum_{i=1}^{n} A_i g(\mu_i)$$

untuk menentukan nilai μ_i dapat digunakan persamaan polinom Legendre:

$$P_0(u) = 1$$

$$P_1(u) = u$$

$$P_m(u) = \frac{1}{m}\left[(2m-1)uP_{m-1}(u) - (m-1)P_{m-2}(u)\right]$$

Dan untuk menentukan nilai Ai digunakan pembobot sebagai berikut:

$$A_i = \frac{2}{(1-\mu_i^2)\left[P_n'(\mu_i)\right]^2}$$

Integrasi Kuadratur Gauss Dengan Pendekatan 2 Titik

Metode ini menggunakan formulasi integrasi:

$$\int_{-1}^{1} g(u)du = A_0 g(\mu_0) + A_1 g(\mu_1)$$

Untuk menghasilkan metode ini diambil n=2 pada persamaan polinom Legendre, sehingga diperoleh:

$$P_2(u) = \frac{1}{2}\left[(4-1)u.u - 1.1\right] = \frac{3u^2}{2} - \frac{1}{2}$$

Akar-akar dari persamaan polinomial di atas adalah $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ jadi diperoleh:

$$\mu_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ dan } \mu_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Nilai A_0 dan A_1 dapat dicari dengan:

$$A_0 = \frac{2}{\left(1-\frac{1}{3}\right).3} = 1 \quad \text{dan} \quad A_1 = \frac{2}{\left(1-\frac{1}{3}\right).3} = 1$$

Sehingga model dari integrasi kuadratur gauss dengan pendekatan 2 titik dapat dituliskan dengan:

$$\int_{-1}^{1} g(u)du = g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Contoh:

Hitung integral : $L = \int_0^1 x^2 dx$

Pertama yang harus dilakukan adalah menghitung u, dengan:

$$u = \frac{2x-(b+a)}{(b-a)} = \frac{2x-1}{1} = 2x-1$$

atau $x = \frac{1}{2}(u+1)$

Dengan demikian diperoleh fungsi g(u):

$$g(u) = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(u+1)\right]^2 = \frac{1}{8}(u+1)^2$$

Dengan menggunakan integrasi kuadratur gauss pendekatan 2 titik diperoleh :

$$L = g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{8}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}+1\right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+1\right)^2$$

$$= 0.311004 + 0.022329$$

$$= 0.33333$$

Algoritma Metode Integrasi Gauss Dengan Pendekatan 2 Titik:

(1) Definisikan fungsi f(x)
(2) Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)
(3) Hitung nilai konversi variabel :

$$x = \frac{1}{2}(b-a)u + \frac{1}{2}(b+a)$$

(4) Tentukan fungsi g(u) dengan:

$$g(u) = \frac{1}{2}(b-a)f\left(\tfrac{1}{2}(b-a)u + \tfrac{1}{2}(b+a)\right)$$

(5) Hitung:

$$L = g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Integrasi Kuadratur Gauss Dengan Pendekatan 3 Titik

Metode ini menggunakan formulasi integrasi:

$$\int_{-1}^{1} g(u)du = A_0 g(\mu_0) + A_1 g(\mu_1) + A_2 g(\mu_2)$$

Untuk menentukan nilai μ_0, μ_1 dan μ_2 digunakan persamaan polinom Legendre dengan n=3:

$$\begin{aligned} P_3(u) &= \frac{1}{3}\left[5.u.P_2(u) - 2P_1(u)\right] \\ &= \frac{1}{3}\left[5u.\frac{1}{2}(3u^2-1) - 2u\right] = \frac{1}{3}\left[\frac{5}{2}u(3u^2-1) - 2u\right] \\ &= \frac{1}{3}\left[\frac{15}{2}u^3 - \frac{9}{2}u\right] = \frac{1}{2}u\left(5u^2-3\right) \end{aligned}$$

Diperoleh : $\mu_0 = 0$, $\mu_1 = -\sqrt{\tfrac{3}{5}}$, dan $\mu_2 = \sqrt{\tfrac{3}{5}}$

Nilai A_0, A_1 dan A_2 dapat diperoleh dengan:

$$P_3'(u) = \frac{15}{2}u^2 - \frac{3}{2}$$

$$A_0 = \frac{2}{(1).\left[P_3'(0)\right]^2} = \frac{2}{\left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{8}{9}$$

$$A_{12} = \frac{2}{\left(1-\frac{3}{5}\right)\left[P_3'\left(\sqrt{\tfrac{3}{5}}\right)\right]^2} = \frac{2}{\left(\frac{2}{5}\right)(3)^2} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

Sehingga diperoleh model integrasi kuadratur gauss dengan pendekatan tiga titik adalah sebagai berikut:

$$\int_{-1}^{1} g(u)du = \frac{8}{9}g(0) + \frac{5}{9}g\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{5}{9}g\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

Contoh:

Hitung integral $L = \int_0^1 e^x dx$

Terlebih dahulu dilakukan pengubahan range:

$$u = \frac{2x - (b+a)}{(b-a)} = \frac{2x-1}{1} = 2x - 1$$

atau $x = \frac{1}{2}(u+1)$

Sehingga diperoleh :

$$g(u) = \frac{1}{2}(1-0)\left[e^{\frac{1}{2}(u+1)}\right] = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}(u+1)}$$

Dengan menggunakan integrasi kuadratur gauss dengan pendekatan tiga titik diperoleh:

$$\begin{aligned} L &= \frac{8}{9}g(0) + \frac{5}{8}g\left(-\sqrt{\tfrac{3}{5}}\right) + \frac{5}{8}g\left(\sqrt{\tfrac{3}{5}}\right) \\ &= 0.732765 + 0.310916 + 0.6746 \\ &= 1.718281 \end{aligned}$$

Dibandingkan dengan hasil analitik dengan pendekatan 10^{-6}, diperoleh 1.718282, hasil di atas merupakan hasil yang cukup baik.

Algoritma Metode Integrasi Gauss Dengan Pendekatan 3 Titik:

(1) Definisikan fungsi f(x)

(2) Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)

(3) Hitung nilai konversi variabel :

$$x = \frac{1}{2}(b-a)u + \frac{1}{2}(b+a)$$

(4) Tentukan fungsi g(u) dengan:

$$g(u) = \frac{1}{2}(b-a)f\left(\tfrac{1}{2}(b-a)u + \tfrac{1}{2}(b+a)\right)$$

(5) Hitung:

$$L = \frac{8}{9}g(0) + \frac{5}{9}g\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{5}{9}g\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

Catatan:

Meskipun dalam beberapa hal integrasi kuadratur Gauss menunjukkan hasil yang lebih baik dari pada metode integrasi Simpson, tetapi dalam penerapannya metode integrasi Simpson lebih banyak digunakan dengan dasar pertimbangan kemudahan dari metode yang digunakan.

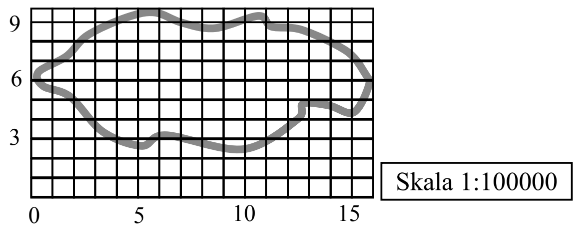
6.6. Beberapa Penerapan Integrasi Numerik

Seperti telah dijelaskan di depan, integral banyak digunakan untuk menghitung luas suatu daerah yang dibatasi oleh fungsi-fungsi tertentu. Lebih jauh lagi dengan mengembangkan pengertian luas itu sendiri, integral dapat juga digunakan untuk menghitung luas kulit, dan menghitung volume dari benda putar. Selain dari itu integral sendiri merupakan formulasi dasar yang banyak ditemui dalam model matematik khususnya untuk bidang elektronika, seperti pada pengolahan sinyal digital integral ini ditemui untuk menghitung konvolusi yang banyak digunakan dalam konsep-konsep pengolahan sinyal dan filter sebagai berikut:

$$conv(h,x) = \int_0^T h(t)x(T-t)dt$$

6.6.1. Menghitung Luas Daerah Berdasarkan Gambar

Perhatikan gambar peta berikut ini:



Untuk menghitung luas integral di peta di atas, yang perlu dilakukan adalah menandai atau membuat garis grid pada setiap step satuan h yang dinyatakan dalam satu kotak. Bila satu kotak mewakili 1 mm, dengan skala yang tertera maka berarti panjangnya adalah 100.000 mm atau 100 m.

Pada gambar di atas, mulai sisi kiri dengan grid ke 0 dan sisi kanan grid ke n (dalam hal ini n=22). Tinggi pada setiap grid adalah sebagai berikut:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
y(n)	0	1	2.5	4.5	6	7	6.5	6	6	6.5	6.5	6	5.5	3.5	3	3	0

Dari tabel di atas, luas area dapat dihitung dengan menggunakan 3 macam metode:

(1) Dengan menggunakan metode integrasi Reimann

$$L = h\sum_{i=0}^{16} y_i = 73.5$$

(2) Dengan menggunakan metode integrasi trapezoida

$$L = \frac{h}{2}\left(y_0 + y_{16} + 2\sum_{i=1}^{15} y_i \right) = 73.5$$

(3) Dengan menggunakan metode integrasi Simpson

$$L = \frac{h}{3}\left(y_0 + y_{16} + 4\sum_{i=ganjil} y_i + 2\sum_{i=genap} y_i \right) = 74$$

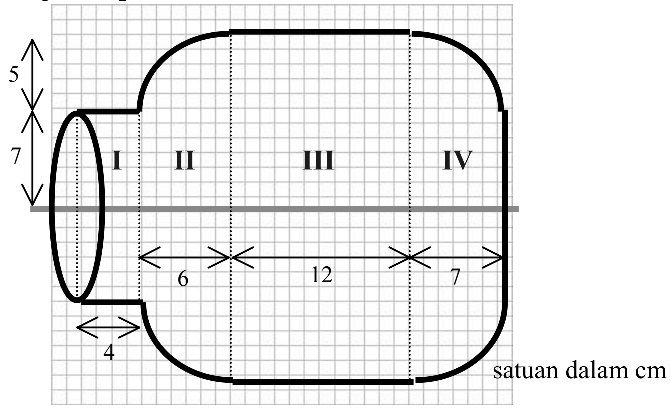
6.6.2. Menghitung Luas dan Volume Benda Putar

Untuk menghitung luas dan volume benda putar yang dibentuk oleh fungsi y=f(x) dapat digunakan rumus berikut:

Luas benda putar: $L_p = 2\pi \int_a^b f(x)dx$

Volume benda putar: $V_p = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

Sebagai contoh : hitung luas permukaan dan volume dari benda berikut ini:



Ruang benda putar dapat dibedakan menjadi 4 bagian seperti gambar di atas, dimana bagian I dan III merupakan bentuk silinder yang tidak perlu dihitung dengan membagi-bagi kembali ruangnya, sedangkan bagian II dan IV perlu diperhitungkan kembali.

Bagian I: $L_I = 2\pi(4)(7) = 56\pi$

$V_I = \pi(4)(7)^2 = 196\pi$

Bagian II: $L_{II} = 2\pi(12)(12) = 288\pi$

$V_{II} = 2\pi(12)(12)^2 = 3456\pi$

Sedangkan untuk menghitung bagian II dan IV diperlukan pembagian area , misalkan dengan mengambil h=1 diperoleh:

n	0	1	2	3	4	5
y(n)	7	10	11	11.5	12	12

Pada bagian II dan IV: $L_{II} = L_{IV}$ dan $V_{II} = V_{IV}$

Dengan menggunakan integrasi trapezoida dapat diperoleh:

$$L_{II}(L_{IV}) = 2\pi \frac{h}{2}\left[y_0 + y_5 + 2\sum_{i=1}^{4} y_i \right] = 108\pi$$

$$V_{II}(= V_{IV}) = \pi \frac{h}{2}\left[y_0^2 + y_5^2 + 2\sum_{i=1}^{4} y_i^2 \right] = 1187.5\pi$$

Luas permukaan dari botol adalah:

$$\begin{aligned} L &= L_I + L_{II} + L_{III} + L_{IV} \\ &= 56\pi + 108\pi + 288\pi + 108\pi \\ &= 560\pi \\ &= 1758.4 \end{aligned}$$

Luas = 1758.4 cm^2

Volume botol adalah:

$$V = V_I + V_{II} + V_{III} + V_{IV}$$
$$= 196\pi + 1187.5\pi + 3456\pi + 1187.5\pi$$
$$= 6024\pi$$

Volume = 18924.78 cm^3

6.7. Tugas

(1) Hitung integral : $\int_0^{\pi} \frac{\sin(x)}{x} dx$ dengan menggunakan integral Reimann, trapezoida dan Simpson. Bandingkan hasilnya dengan jumlah pembagi (N) yang sama, ambil N=10, 20, 50, 100, 500 dan 1000. Lalu gambarkan hubungan N dan Luas yang dihasilkan

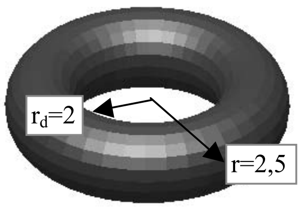
(2) Dengan menggunakan integral kuadratur Gauss dengan 2 titik pendekatan dan 3 titik pendekatan, hitung: $\int_0^1 e^{-(x-0.5)/2} dx$

Bandingkan hasilnya bila menggunakan integrasi Simpson dengan N=20 dan N=50.

(3) Hitung konvolusi dari $h(t) = e^{-x^2/2}$ dan $x(t) = 1 - e^{-t}$ untuk 0<t<1, dimana konvolusi didefinisikan:

$$conv(h, x) = \int_0^T h(t)x(T-t)dt$$

(4) Hitung luas permukaan dan volume dari benda putar yang berbentuk ban dengan ukuran jari-jari =2,5m dengan layout sebagai berikut:



(5) Ambillah peta Surabaya, dengan tetap memperhatikan skala yang digunakan, hitung luas wilayah Surabaya berdasarkan peta tersebut.